Lösungen: 

zu 1)

$$\frac{5x-9}{(x+1)(3x-4)} = \frac{A(3x-4)+B(x+1)}{(x+1)(3x-4)}$$

Vergleiche nur die Zähler, d.h.

$$5x-9 = A(3x-4)+B(x+1)$$

setze jeweils ein:

$$x=-1 \implies -7A = -14 \iff \boxed{A=2}$$

$$x=\frac{4}{3} \implies B\left(\frac{4}{3}+1\right) = 5\cdot\frac{4}{3}-9$$

$$\frac{7}{3}B = \frac{20}{3}-\frac{27}{3} = -\frac{7}{3}$$

$$\implies \boxed{B=-1}$$

---

zu 2)

$$\frac{5x^2-20x+11}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{A(x-2)^2+B(x+1)+C(x-2)(x+1)}{(x+1)(x-2)^2}$$

Zähler vergleichen: $5x^2-20x+11 = A(x-2)^2+B(x+1)+C(x-2)(x+1)$

$$x=-1 \implies 9A = 36 \iff \boxed{A=4}$$

$$x=2 \implies 3B = -9 \iff \boxed{B=-3}$$

$x=0$ (man könnte auch etwas anders einsetzen aber 0 ist das einfachste)

Zweck: man benötigt eine Gleichung in C:

$4A+B-2C = 11$ (A und B schon bekannt)

$$\implies 2C = 4A+B-11 = 16-3-11 = 2$$

$$\implies \boxed{C=1}$$

zu 3) zuerst Nenner faktorisieren!

dazu muß man lösen: $2x^2+5x-3=0$

$$x_{1/2} = \frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{4} = \frac{-5\pm 7}{4}$$

$x_1 = \frac{1}{2}$ ; $x_2 = -3$

$$\Rightarrow 2x^2+5x-3 = 2(x+3)(x-\tfrac{1}{2}) = (x+3)(2x-1)$$

jetzt:

$$\frac{10x-19}{(x+3)(2x-1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{2x-1} = \frac{A(2x-1)+B(x+3)}{(x+3)(2x-1)}$$

$x=-3 \Rightarrow -7A = -49 \Leftrightarrow \boxed{A=7}$

$x=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{7}{2}B = -14 \Leftrightarrow \boxed{B=-4}$

---

zu 4) zuerst Nenner faktorisieren, d.h. $x^3+2x^2-7x+4=0$ lösen!

1. Nullstelle erraten: $x_1 = 1$, dann Linearfaktor $(x-1)$ rausdividieren

entweder durch Polynomdivision oder Horner-Schema

Alternative 1: Polynomdivision

$(x^3+2x^2-7x+4):(x-1) = x^2+3x-4$
$-(x^3-x^2)$
$\quad 3x^2-7x+4$
$\quad -(3x^2-3x)$
$\qquad -4x+4$
$\qquad -(-4x+4)$
$\qquad ----$

dann $x^2+3x-4=0$ lösen!
$\Rightarrow x_1 = 1; x_2 = -4$
d.h. $(x^2+3x-4) = (x+4)(x-1)$

Alternative 2: Horner-Schema

| | $x^3$ | $x^2$ | $x$ | $x^0$ |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | -7 | 4 |
| 1 | 0 | 1 | 3 | -4 |
| Σ | 1 | 3 | -4 | 0 |
| | $x^2$ | $x$ | $x^0$ | |

$$x^3+2x^2-7x+4 = (x^2+3x-4)(x-1) = (x+4)(x-1)(x-1) = (x+4)(x-1)^2$$

$$\frac{7x^2-2x-15}{(x+4)(x-1)^2} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-1} = \frac{A(x-1)^2+B(x+4)+C(x-1)(x+4)}{(x+4)(x-1)^2}$$

$x=-4 \Rightarrow 25A = 125 \Leftrightarrow \boxed{A=5}$

$x=1 \Rightarrow 5B = -15 \Leftrightarrow \boxed{B=-3}$

$x=0 \Rightarrow A+4B-4C = -15$

$\Leftrightarrow 4C = A+4B+15 = 5-12+15 = 8 \Rightarrow \boxed{C=2}$

## Nachtrag zum Horner-Schema:

Das Horner-Schema funktioniert so:

Bsp: $$\frac{3x^3-23x^2+19x-35}{x-7}$$

kann man auf 2 Arten berechnen:

**Alternative 1: Polynomdivision**

$$(3x^3-23x^2+19x-35):(x-7)=3x^2-2x+5$$
$$\underline{-(3x^3-21x^2)}$$
$$-2x^2+19x-35$$
$$\underline{-(-2x^2+14x)}$$
$$5x-35$$
$$\underline{-(5x-35)}$$
$$-----$$

**Alternative 2: Horner-Schema**

Man schreibt die Koeffizienten des Zählerpolynoms in eine Tabelle: $x^3$ — schreibt man immer hin!

| | $x^3$: 3 | −23 | 19 | −35 |
|---|---|---|---|---|
| Nullstelle des Nenners → 7 | 0 | $\boxed{21}$ | −14 | 35 |
| $\sum$ | 3 ($x^2$) | −2 | 5 | 0 |

$\boxed{21}=7\cdot 3$ ; $-14 = 7\cdot(-2)$ ; $35 = 7\cdot 5$

in Spalten jeweils addieren!

somit Ergebnis: $3x^2-2x+5$

einfacher als Polynomdivision und weniger Rechenfehler!

Bsp 2 b.w. →

noch ein Bsp: $\dfrac{4x^3-5x+7}{x+2} = ?$

Alternative 1: Polynomdivision

$$(4x^3+0x^2-5x+7):(x+2) = \boxed{4x^2-8x+11-\frac{15}{x+2}}$$

$$\begin{array}{l}
-(4x^3+8x^2) \\ \hline
\quad -8x^2-5x+7 \\
\quad -(-8x^2-16x) \\ \hline
\qquad 11x+7 \\
\qquad -(11x+22) \\ \hline
\qquad\quad -15 \text{ (Rest)}
\end{array}$$

Alternative 2: Horner-Schema

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & x^3 & x^2 & x & x^0 \\
 & 4 & 0 & -5 & 7 \\ \hline
\text{Nullstelle des Nenners} \rightarrow -2 & 0 & -8 & 16 & -22 \\ \hline
\Sigma & 4 & -8 & 11 & -15 \leftarrow \text{Rest!} \\
 & x^2 & x & x^0 & (x+2)^{-1}
\end{array}$$

Ergebnis: $4x^2-8x+11-\dfrac{15}{x+2}$

---

Horner-Schema funktioniert aber nur, wenn der Nenner ein Linearfaktor ist!