e) $g(x) = 20\sin(2x)$, $2i$ ist keine Lösung von $\lambda^2+\lambda-2=0$

$\Rightarrow y_p = A\sin(2x) + B\cos(2x)$

$\Rightarrow y_p' = 2A\cos(2x) - 2B\sin(2x)$

$y_p'' = -4A\sin(2x) - 4B\cos(2x)$

eingesetzt in DGl. ergibt

$$20\sin(2x) = -4A\sin(2x) - 4B\cos(2x) + 2A\cos(2x) - 2B\sin(2x) - 2A\sin(2x) - 2B\cos(2x)$$

$$= -(6A+2B)\sin(2x) + (2A-6B)\cos(2x)$$

Koeffizientenvergleich ergibt

I. $-6A - 2B = 20 \implies B = -\frac{1}{2}(20+6A) = -\frac{2}{2} = -1$

II. $2A - 6B = 0$

$3\text{I} - \text{II}$: $-18A - 2A = 60 \iff -20A = 60 \iff A = -3$

$\Rightarrow y_p = -3\sin(2x) - \cos(2x)$

$\Rightarrow y = c_1 e^{x} + c_2 e^{-2x} - 3\sin(2x) - \cos(2x)$

4) Man bestimme in Bsp. 1 a) die spezielle Lösung für

$$y(0) = 1 \quad \text{und} \quad y'(0) = 5$$

es gilt $\quad y = C_1 e^{x} + C_2 e^{-2x} - 5x - 3$

$\quad\quad\quad\quad y' = C_1 e^{x} - 2 C_2 e^{-2x} - 5$

0 eingesetzt ergibt

$$1 = y(0) = C_1 + C_2 - 3$$

$$5 = y'(0) = C_1 - 2C_2 - 5$$

dies ergibt das Gleichungssystem

I. $\quad C_1 + C_2 = 4 \Rightarrow C_1 = 4 - C_2 = 4 + 2 = 6$

II. $\quad C_1 - 2C_2 = 10$

I − II: $\quad C_2 + 2C_2 = -6 \Leftrightarrow 3C_2 = -6$

$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \Leftrightarrow C_2 = -2$

$\Rightarrow \quad y = 6e^{x} - 2e^{-2x} - 5x - 3$ spezielle Lösung