

Aufgabe 1: (8 Punkte)

Das Ehepaar Freundlich hat 15 gute Bekannte (9 Männer und 6 Frauen) und möchte 5 davon einladen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden

- a) nur Männer eingeladen?
- b) genau 2 Frauen eingeladen?
- c) höchstens 2 Frauen eingeladen?

Aufgabe 2: (12 Punkte)

Herr M. möchte für sein Alter vorsorgen. Er entschließt sich, ab 01.01.2007 über 20 Jahre jeweils zu Jahresanfang 2.400 € auf ein Bankkonto mit fest vereinbartem Zins von 4% p.a. einzuzahlen. In den auf die letzte Einzahlung folgenden 5 Jahren, also von 01.01.2026 bis 01.01.2031 wird das angesparte Kapital zu 6% festgelegt.

- a) Welches Guthaben K befindet sich am 01.01.2031 auf dem Bankkonto?
- b) Von dem Kapital K möchte Herr M. ab 01.01.2031 eine vorschüssige Jahresrente in Höhe von 8.500 € ausbezahlt bekommen. Welcher Restwert des Kapitals verbleibt nach 15 Rentenperioden, wenn für diesen Zeitraum ein Zins von 5% p.a. vereinbart ist?

Aufgabe 3: (12 Punkte)

Gegeben ist die Kostenfunktion $K(x)$ und die Umsatzfunktion $U(x)$ durch

$$K(x) = 30x + \frac{75.000}{x+5} \quad \text{und} \quad U(x) = 35x$$

- a) Ermitteln Sie die Grenzkosten von $K(x)$ und den Bereich für x , in dem $K(x)$ streng monoton wachsend ist.
- b) Wie setzt sich $K(x)$ aus fixen und variablen Kosten zusammen?
(Hinweis: Betrachten Sie hier als Fixkosten, die Kosten, die für $x=0$ anfallen, also wenn nichts produziert wird)
- c) Ermitteln Sie die Gewinnzone. (Bereich von x , für den der Gewinn > 0 ist)

Aufgabe 4: (12 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x + 1 - \frac{4}{(x-2)^2}$

- a) Bestimmen Sie den natürlichen Definitionsbereich und die Nullstellen.
- b) Berechnen Sie $f'(x)$ und $f''(x)$.
- c) Ermitteln Sie Art und Lage des einzigen lokalen Extremums und evtl. Wendepunkte.
- d) Untersuchen Sie das Monotonie- und Krümmungsverhalten.

Aufgabe 5: (8 Punkte)

Ermitteln Sie für die Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + 3y$$

Art und Lage aller lokalen Extrema sowie Sattelpunkte.

Aufgabe 6: (8 Punkte)

Gegeben sind die Matrizen

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie: $(\underline{A} + 2\underline{B}^T)\underline{B} - 3\underline{E}$