

Aufgabe 1

In einer Schale liegen 10 weiße und 10 schwarze Kugeln. Frau Anzengruber zieht mit geschlossenen Augen 7 Kugeln. Wenn von diesen mindestens 4 weiß sind, zahlt Frau Anzengruber 10 € an Herrn Beiersdorfer. Andernfalls erhält Frau Anzengruber 10 € von Herrn Beiersdorfer.

Wer hat die besseren Gewinnchancen? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2

Jemand möchte eine Immobilie verkaufen. Er erhält die beiden folgenden Angebote:

1. 75000 € sofort und dann 4 mal nach je 4 Jahren 50000 €;
2. 20 nachschüssige Jahresraten von 16000 €.

Für welches Angebot wird er sich bei einem Zinssatz von 5 % entscheiden?

Aufgabe 3

Es sei $f(x) = \ln(\sqrt{4+x^2} - 1)$.

- (a) Bestimmen Sie den natürlichen Definitionsbereich dieser Funktion.
- (b) Welche Symmetrieeigenschaft hat die Funktion?
- (c) Welche der folgenden Alternativen sind richtig? Begründen Sie Ihre Antwort.

$$1. f'(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2} - 1};$$

$$2. f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{4+x^2} - 1};$$

$$3. f'(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2} - 1} \cdot \frac{x}{\sqrt{4+x^2}};$$

$$4. f'(x) = \frac{x}{4+x^2 - \sqrt{4+x^2}}.$$

Aufgabe 4

Die Kosten für die Herstellung von x Mengeneinheiten eines Produkts seien

$$K(x) = 50x + 1000 + \frac{4000}{x + 20}.$$

- (a) Die Kosten bestehen aus fixen und variablen Kosten. Wie lauten diese?
- (b) Bestimmen Sie die Grenzkostenfunktion $K'(x)$ und zeigen Sie, dass $K(x)$ streng monoton steigend ist.
- (c) Geben Sie die Durchschnittskostenfunktion $k(x)$ an. Woran können Sie erkennen, dass diese streng monoton fallend ist?

Aufgabe 5

Jede der folgenden Funktionen hat genau einen stationären Punkt, nämlich $P_0 = (2;3;4)$:

- (a) $z = f(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + 4$;
- (b) $z = f(x, y) = (x - 2)^2 - (y - 3)^2 + 4$;
- (c) $z = f(x, y) = -(x - 2)^2 - (y - 3)^2 + 4$.

In welchen Fällen handelt es sich dabei um ein lokales Minimum, ein lokales Maximum oder einen Sattelpunkt?

Aufgabe 6

Zur Herstellung eines Damenschuhs werden 140 cm^2 Sohlenleder, 200 cm^2 Futterleder und 150 cm^2 Oberleder benötigt, zur Herstellung eines Herrenschuhs 160 cm^2 Sohlenleder, 240 cm^2 Futterleder und 200 cm^2 Oberleder. Im Lager befinden sich noch $1,1 \text{ m}^2$ Sohlenleder, $1,6 \text{ m}^2$ Futterleder und $1,25 \text{ m}^2$ Oberleder.

- (a) Reichen die Lagerbestände aus, um 32 Damen- und 40 Herrenschuhe zu fertigen?
- (b) Wie viele Damen- und Herrenschuhe können aus den Lagerbeständen hergestellt werden, wenn diese vollständig aufgebraucht werden sollen?