

**Aufgabe 1**

Im Erdgeschoss eines 4-stöckigen Hauses betreten 12 Personen den Fahrstuhl.

- (a) In jedem Stockwerk wird lediglich gezählt, wie viele Personen aussteigen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, wenn wir annehmen, dass spätestens im obersten Stockwerk alle Personen aussteigen?
- (b) Wie verändert sich die Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten, wenn auch die Namen der Personen berücksichtigt werden?

**Aufgabe 2**

B will von A einen Gebrauchtwagen kaufen. Er bietet A drei Zahlungsalternativen an:

1. 8000 € sofort;
2. 5000 € sofort, 2000 € in 2 Jahren und 1500 € in 5 Jahren;
3. 6 vorschüssige Jahresraten von 1500 €.

Für welche Alternative wird sich A bei einem Zinssatz von 5 % entscheiden?

**Aufgabe 3**

Auf einem Markt gelten für Angebot und Nachfrage in Abhängigkeit vom Marktpreis eines Produkts:

1. Grenzangebot:  $A'(p) = 9$ ;
2. Grenznachfrage:  $N'(p) = -11$ ;
3. Gleichgewicht:  $A(42) = N(42) = 198$ .

Skizzieren Sie Angebot und Nachfrage im ökonomisch relevanten Preisbereich.

**Aufgabe 4**

Es sei  $y = f(x) = (1 + x^2)\sqrt{1 - x^2}$ .

- (a) Geben Sie den natürlichen Definitionsbereich dieser Funktion an.
- (b) Welche Symmetrieeigenschaft hat die Funktion?
- (c) Ermitteln Sie die lokalen und die globalen Extremwerte der Funktion.
- (d) Skizzieren Sie den Verlauf der zugehörigen Kurve.

**Aufgabe 5**

Hat die Funktion  $f(x, y) = x^4 + x^2 y^2 + y^2 - 4x + 5$  lokale Extremwerte? Wenn ja, welche?

**Aufgabe 6**

Eine Funktion  $z = f(x, y)$  heißt in einem Bereich  $B$  harmonisch, wenn dort überall die Gleichung  $z_{xx} + z_{yy} = 0$  gilt.

- (a) Zeigen Sie, dass die Funktion  $z = x^3 - 3xy^2$  in ganz  $R^2$  harmonisch ist.
- (b) Wie kann man diese Eigenschaft interpretieren?

**Aufgabe 7**

Ein Schmied erhält folgenden Auftrag:

Fertige mir einen Würfel! Nimm Gold, Kupfer und gieß auch Zinn dazu. Das halbe Gold und das Zinn wiege 50 Gramm, das Kupfer wiege doppelt so viel wie das Zinn, vom Gold hingegen nimm nur so viel, dass es zusammen mit dem Kupfer 100 Gramm sind.

Sage mir, wie viel Gold, Kupfer und Zinn du für einen Würfel von 120 Gramm benötigst!

- (a) Lösen Sie das Problem für den Schmied!
- (b) Könnte der Auftraggeber Bedingungen weglassen? Wenn ja, wie viele und welche?