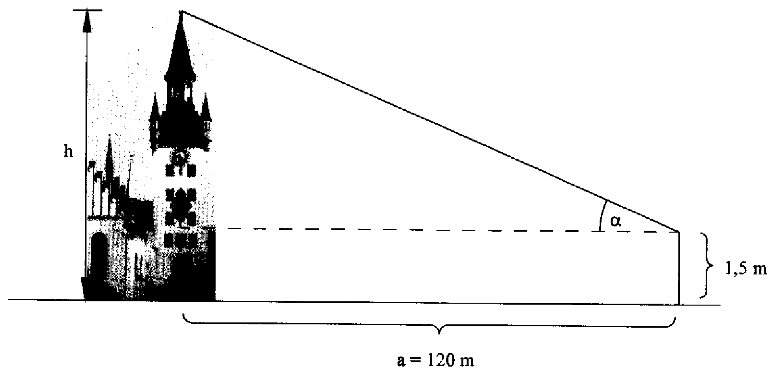
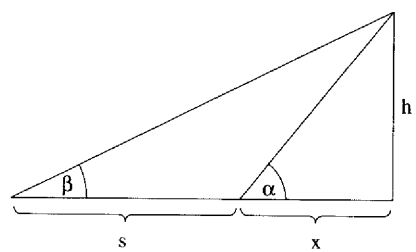
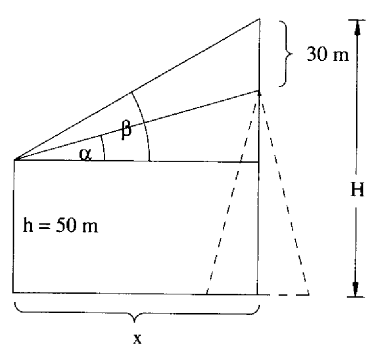
146. Um die Höhe h eines Turmes zu bestimmen, wird von dessen Fuß aus auf horizontaler Ebene eine Standlinie a = 120 m abgesteckt und in deren Endpunkt der Höhenwinkel $\alpha = 36{,}5°$ zur Spitze des Turmes gemessen. Wie hoch ist der Turm, wenn sich das Auge des Beobachters 1,5 m über dem Boden befindet (siehe Skizze)?



147. Um die Höhe eines Turmes zu bestimmen, misst man zunächst den Höhenwinkel $\alpha = 60°$. Entfernt man sich vom Turm um die Strecke s, so misst man den Höhenwinkel $\beta = 30°$. Bestimme die Länge h (siehe Skizze) in Abhängigkeit von s **ohne** Verwendung des Taschenrechners.



148. Ein Aussichtsturm und ein Antennenmast stehen auf der gleichen horizontalen Ebene. Von der Spitze des Aussichtsturmes mit der Höhe h = 50 m sieht man die Spitze des Mastes unter dem Winkel $\beta = 32°$ und den Ansatzpunkt der Seilverspannung 30 m unterhalb der Spitze unter dem Winkel $\alpha = 21°$ (siehe Skizze!).

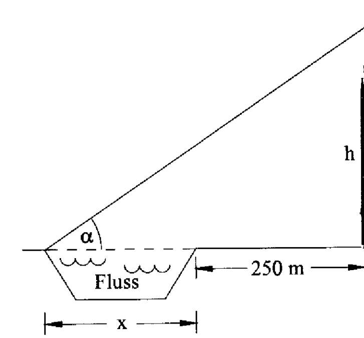


a) Gib zuerst den allgemeinen Rechenausdruck für die Höhe H des Antennenmastes an.

(mögliches Ergebnis: $H = 80\text{ m} + \frac{30\text{ m} \cdot \tan\alpha}{\tan\beta - \tan\alpha}$)

b) Setze dann die Zahlenwerte ein und berechne H sowie den Abstand x des Turmes vom Mast.

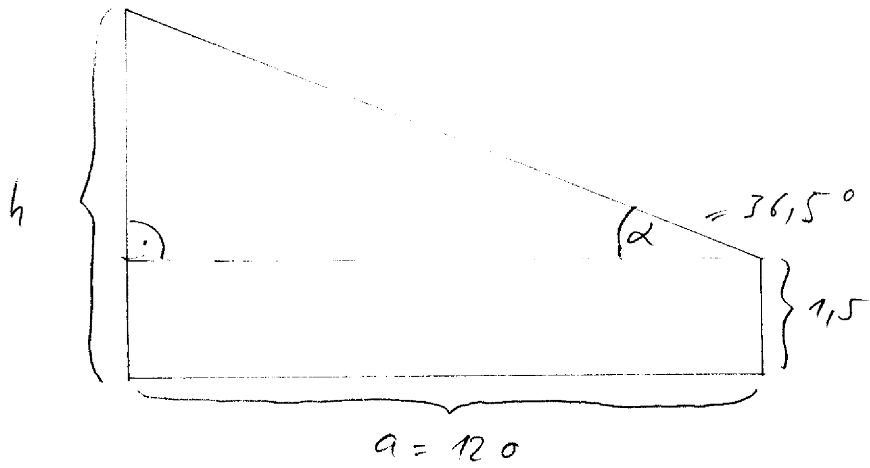
149. Vom Ufer eines Flusses wird ein Kirchturm mit der Höhe h = 60,5 m mit einem Winkelmessgerät anvisiert und der Winkel $\alpha = 12{,}6°$ gemessen. Berechne die Breite x des Flusses, wenn der Kirchturm 250 m vom Flussufer entfern ist (siehe Skizze).



150. Von der Spitze eines Turmes der Höhe h = 60 m erscheinen die beiden Ufer eines Flusses unter den Horizontalwinkeln $\alpha = 62{,}43°$ und $\beta = 33{,}59°$. Wie weit ist der Turm vom Flussufer entfernt und wie breit ist der Fluss? Fertige eine Skizze an.

151. Ein Flugzeug fliegt auf geradlinigem Kurs in gleichbleibender Höhe von 3 500 m genau über einen Beobachter hinweg. Während sich das Flugzeug vom Beobachter entfernt, misst er zum Flugzeug den Erhebungswinkel $\alpha_1 = 72{,}3°$ zur Waagrechten und 20 Sekunden später den Erhebungswinkel $\alpha_2 = 30{,}7°$.
Berechne den Weg des Flugzeuges, den es in den 20 Sekunden zurücklegt sowie seine Geschwindigkeit.

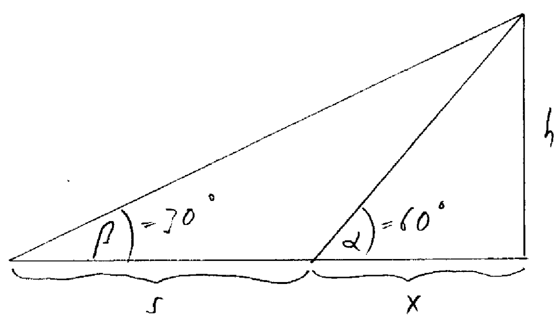
Afg 146:



$$\tan\alpha = \frac{h-1{,}5}{120} \Rightarrow h = 1{,}5 + 120\cdot\tan\alpha = 90{,}3\ \text{m}$$

Afg 147:

$$\tan 60 = \sqrt{3}\ ,\quad \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$\text{I. } \tan\alpha = \frac{h}{x}$$

$$\text{II. } \tan\beta = \frac{h}{s+x}$$

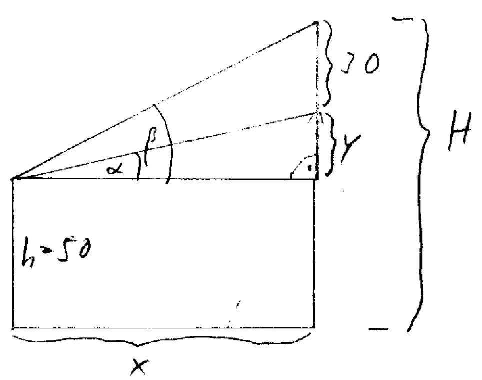
$$\left.\begin{aligned} \text{I} &\Rightarrow x = \frac{h}{\tan\alpha} \\ \text{II} &\Rightarrow x = \frac{h}{\tan\beta} - s \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{h}{\tan\alpha} = \frac{h}{\tan\beta} - s$$

$$h\left(\frac{1}{\tan\beta} - \frac{1}{\tan\alpha}\right) = s$$

$$\Rightarrow h = \frac{s}{\frac{1}{\tan\beta} - \frac{1}{\tan\alpha}} = \frac{s}{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{s}{\frac{3-1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}\cdot s}{2}$$

Afg 148:

$\alpha = 21°$
$\beta = 32°$



a)

$$\text{I. } \tan\alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow x = \frac{y}{\tan\alpha}$$

$$\text{II. } \tan\beta = \frac{y+30}{x} \Rightarrow x = \frac{y+30}{\tan\beta}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{\tan\alpha} = \frac{y+30}{\tan\beta} \quad \Big|\cdot\tan\alpha\cdot\tan\beta$$

$$y\tan\beta = y\tan\alpha + 30\tan\alpha$$

$$y(\tan\beta - \tan\alpha) = 30\tan\alpha$$

$$y = \frac{30\tan\alpha}{\tan\beta - \tan\alpha}$$

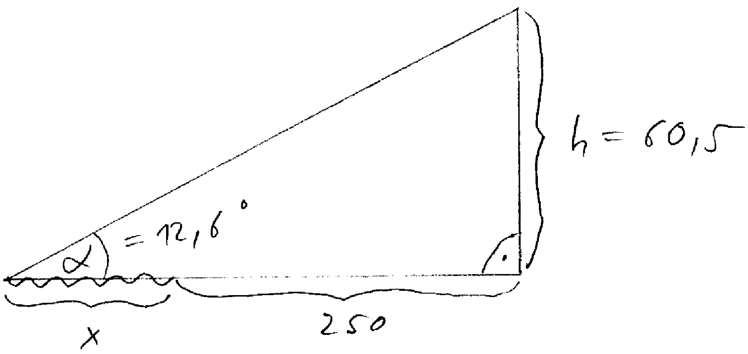
$$\Rightarrow H = 80 + y = 80 + \frac{30\tan\alpha}{\tan\beta - \tan\alpha}$$

b) $y = \dfrac{30 \cdot \tan 21}{\tan 32 - \tan 21} = 47{,}78\ m$

$\Rightarrow x = \dfrac{y}{\tan 21} = 124{,}47\ m$

$H = 80 + y = 127{,}78\ m$

Afg 149:



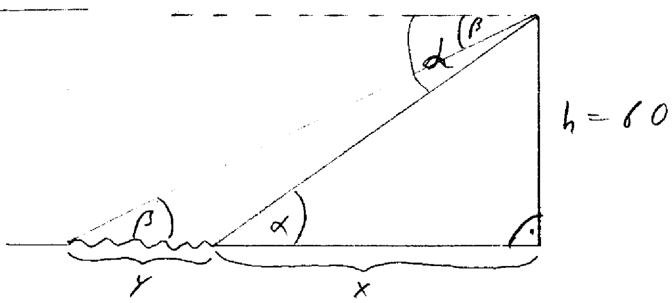
$\tan\alpha = \dfrac{h}{x+250}$

$\Rightarrow x = \dfrac{h}{\tan\alpha} - 250$

$= 20{,}67\ m$

Afg 150:

$\alpha = 62{,}43°,\ \beta = 33{,}59°$

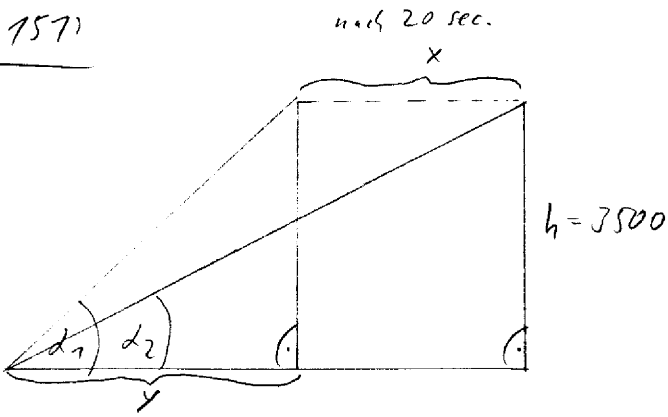


I. $\tan\alpha = \dfrac{h}{x} \Rightarrow x = \dfrac{h}{\tan\alpha} = 31{,}33\ m$

II. $\tan\beta = \dfrac{h}{x+y}$

$\Rightarrow y = \dfrac{h}{\tan\beta} - x = 59{,}01\ m$

Afg 151:



$\alpha_1 = 72{,}3°$ und $\alpha_2 = 30{,}7°$

I. $\tan\alpha_1 = \dfrac{h}{y}$

II. $\tan\alpha_2 = \dfrac{h}{x+y}$

I. $\Rightarrow y = \dfrac{h}{\tan\alpha_1} = 1117\ m$

II. $\Rightarrow x = \dfrac{h}{\tan\alpha_2} - y = 4778\ m$

$\Rightarrow v = \dfrac{4778\ m}{20\ s} = 238{,}9\ \dfrac{m}{s} = 860{,}04\ \dfrac{km}{h}$

(beachte: $\dfrac{km}{h} = \dfrac{1000\ m}{3600\ s} = \dfrac{1}{3{,}6} \cdot \dfrac{m}{s} \Rightarrow \dfrac{m}{s} = 3{,}6 \cdot \dfrac{km}{h}$)