Übungsblatt 3 zur Analytischen Geometrie:

Aufgabe 1:
Gegeben sind die Punkte $A(3|1|-2)$, $B(5|2|-3)$ und $P(6|2|-7)$.

a) Stellen Sie eine Gleichung der Geraden g auf, die durch die Punkte A und B verläuft. Zeigen Sie, dass der Punkt P **nicht** auf der Geraden g liegt.

b) Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes $F \in g$ so, dass die Strecke $[PF]$ senkrecht auf der Geraden g steht.

c) Berechnen Sie den Abstand $d(P,g)$ des Punktes P von der Geraden g.

d) Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes P', der durch Spiegelung des Punktes P an der Geraden g entsteht.

Aufgabe 2:
Gegeben sind die Punkte $A(1|0|-2)$, $B(5|0|-1)$, $C(1|1|0)$ und $P(-1|18|-7)$.

a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E durch die Punkte A, B und C in Parameter- und Koordinatenform. [Teilergebnis: $E: x_1 + 8x_2 - 4x_3 - 9 = 0$]

b) Geben Sie eine Gleichung der Lotgeraden l an, die durch den Punkt P verläuft und auf der Ebene E senkrecht steht.

c) Ermitteln Sie die Koordinaten des Lotfußpunktes F als Schnittpunkt der Lotgeraden l mit der Ebene E und sodann den Abstand $d(P,E)$ des Punktes P von der Ebene E.

Aufgabe 3:
Gegeben sind die Geraden

$$g_t : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ t \\ -t \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ t+6 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{mit } t \in \mathbb{R} \text{ und die Ebene} \quad E: 4x_1 + x_2 + 2x_3 - 4 = 0.$$

a) Bestimmen Sie $t \in \mathbb{R}$ so, dass g_t senkrecht auf E steht.

b) Zeigen Sie, dass $g_4 \subset E$ gilt, d.h. für $t = 4$ die Gerade g_t in der Ebene E liegt.

c) Ermitteln Sie die Koordinaten der Schnittpunkte S_i der Ebene E mit den Koordinatenachsen x_i mit $i = 1,2,3$, und sodann die Schnittgerade s der Ebene E mit der x_1x_2-Ebene. Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks $S_1S_2S_3$.

d) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene F, die zu E parallel ist und den Punkt $P(5|-3|1)$ enthält.