

**Übungsblatt 9:****Aufgabe 1:**

Man bestimme alle Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden  $2 \times 2$ -Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 2:**

Man bestimme alle Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden beiden  $3 \times 3$ -Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 7 \\ 6 & 2 & -6 \\ -4 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3:**

Für die symmetrische  $3 \times 3$ -Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

bestimme man zunächst alle Eigenwerte und Eigenvektoren und

- Man wähle drei linear unabhängige Eigenvektoren  $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$  von  $A$  so, dass ihr Betrag 1 beträgt.
- Man zeige, dass die Matrix  $S = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$  orthogonal ist, d.h. ihre Spaltenvektoren stehen paarweise senkrecht aufeinander.
- Man zeige  $SS^t = E_3$ , d.h.  $S^t = S^{-1}$ .
- Man zeige  $S^tAS = D$ , wobei  $D$  eine Diagonalmatrix ist, in deren Hauptdiagonale die Eigenwerte von  $A$  stehen.