

**Übungsblatt 5:****Aufgabe 1:**

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 2 & 1 \\ 6 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Man berechne die Matrizen

$$ABC, \quad (2B + B^t)C, \quad (AA^t)^2$$

**Aufgabe 2:**

Man bestimme den Rang der Matrix  $A$  und  $B$  aus Aufgabe 1.

Welche Bedeutung hat das Ergebnis für die Zeilenvektoren dieser Matrizen?

**Aufgabe 3:**

Man stelle fest, ob die folgenden Systeme von Vektoren linear unabhängig sind?

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{im } \mathbf{R}^3$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{im } \mathbf{R}^4$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{im } \mathbf{R}^4$$

**Aufgabe 4:**

Für welches  $x$  ist das System der Vektoren

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

linear abhängig?

**Aufgabe 5:**

Man stelle fest, unter welchen Bedingungen für die rechte Seite das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= b_1 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 &= b_2 \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 &= b_3 \end{aligned}$$

über  $\mathbf{Q}$  lösbar ist und bestimme dann den Lösungsraum.

**Aufgabe 6:**

Man bestimme diejenigen Elemente  $a \in \mathbf{R}$ , für welche das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 & & & = b_1 \\ & x_2 + x_3 & & = b_2 \\ & & x_3 + x_4 & = b_3 \\ ax_1 & & & + x_4 = b_4 \end{aligned}$$

für jede rechte Seite aus  $\mathbf{R}$  lösbar ist.

**Aufgabe 7:**

Man löse das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + x_3 & & & = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 & = & 25 \\ & 2x_2 - 3x_3 + x_4 & = & -1 \\ 4x_1 + 3x_2 & & - 2x_4 & = & 2 \end{aligned}$$