

82. Bestimmen Sie mithilfe des gaußschen Algorithmus die Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme:

a) $x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0$
 $2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0$
 $-4x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 2$

b) $x_1 - x_2 + 2x_3 = 11$
 $3x_1 + x_2 - x_3 = 1$
 $4x_1 + x_3 = 12$

83. Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme durch geeignetes Umformen der erweiterten Koeffizientenmatrix:

a) $x_1 + x_2 + x_3 = 4$
 $x_1 - x_2 + x_3 = 0$
 $2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7$

b) $3x_1 + 4x_2 + x_3 = 38$
 $5x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 47$
 $7x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0$

c) $x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = -3$
 $x_1 + 4x_2 + x_3 - x_4 = 13$
 $3x_1 + 8x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 10$
 $2x_1 + 7x_2 - 3x_3 + x_4 = 6$

d) $x_1 + x_2 + x_3 = 6$
 $x_1 - x_2 + 3x_3 = 8$
 $x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$
 $2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1$

84. Zeigen Sie, dass das LGS unendlich viele Lösungen besitzt!
 Geben Sie auch die Lösung des zugehörigen homogenen Systems an!

a) $x_1 + x_2 + x_3 = 6$
 $x_1 - x_2 + 3x_3 = 8$
 $3x_1 + x_2 + 5x_3 = 20$

b) $2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 25$
 $-6x_1 + 8x_2 - 4x_3 = 8$
 $3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -4$

85. Zeigen Sie, dass das folgende inhomogene lineare Gleichungssystem keine Lösung besitzt. Wie sieht die Lösung des zugehörigen homogenen Systems aus?

a) $x_1 + x_2 + x_3 = 6$
 $x_1 - x_2 + 3x_3 = 8$
 $3x_1 + x_2 + 5x_3 = 10$

b) $x_1 + x_2 + x_3 = 6$
 $x_1 - x_2 + 3x_3 = 8$
 $x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$
 $2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1$

86. Für welche Werte von t hat das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2tx_2 + (3t+1)x_3 &= 1 \\ -x_1 - tx_2 - 2tx_3 &= 3 \\ x_1 + 2tx_2 + (t+1)x_3 &= 4 \end{aligned}$$

- a) keine
 b) genau eine
 c) unendlich viele
 Lösungen?