Lösungen Blatt 6

Afg 1

a) Mit Punktsteigungsform (Gerade N(p) geht durch (1,5; 50)) folgt

$$N(p) = m(p-1{,}5)+50$$

"Preis p um 1 GE senken ⇒ Nachfrage steigt um 20 ME"
bedeutet $m = -20$

somit $N(p) = -20(p-1{,}5)+50$
$= -20p+80$
also $N(p) = 80-20p$.

$$K(N(p)) = 2\cdot N(p)+15 = 2(80-20p)+15$$
$$= 160-40p+15$$
$$= 175-40p$$

$$G(p) = p\,N(p) - K(N(p))$$
$$= p(80-20p) - 175+40p$$
$$= 80p-20p^2-175+40p$$
$$= -20p^2+120p-175$$

---

b) $G(p)=0 \iff -20p^2+120p-175=0$
am besten gleich über die Scheitelform:

$$G(p) = -20\left(p^2-6p+\frac{175}{20}\right) = -20\left((p-3)^2-9+\frac{175}{20}\right)$$
$$= -20(p-3)^2+180-175 = -20(p-3)^2+5$$

bei $p=3$ hat man das Gewinnmaximum
$\max G(p) = G(3) = 5$ GE

Für die Gewinnzone gilt:

$$G(p)=0 \iff -20(p-3)^2+5=0$$
$$\iff (p-3)^2 = \frac{1}{4}$$
$$\iff \begin{cases} p_1 = \frac{1}{2}+3 = 3{,}5 \text{ GE} \\ p_2 = -\frac{1}{2}+3 = 2{,}5 \text{ GE} \end{cases}$$

Somit: $G(p) > 0 \iff 2{,}5 < p < 3{,}5$

Gewinnzone $= \,]2{,}5;\, 3{,}5[$

$= \{p \mid 2{,}5 < p < 3{,}5\}$

Afg 2

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{|x|}, & \text{falls } x \neq 0 \\ 1 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

$$x > 0 \implies \frac{x^2-x}{|x|} = \frac{x^2-x}{x} = x-1$$

$$x < 0 \implies \frac{x^2-x}{|x|} = \frac{x^2-x}{-x} = -x+1 = 1-x$$

Somit

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{falls } x < 0 \\ 1 & \text{falls } x = 0 \\ x-1 & \text{falls } x > 0 \end{cases}$$

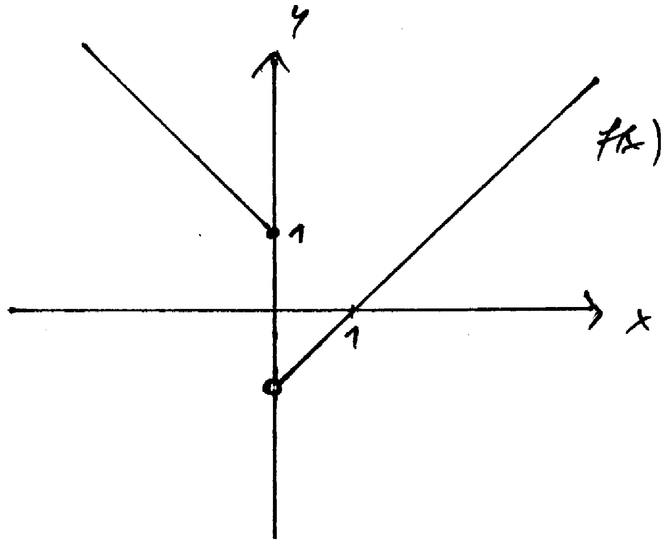
sog. betragsfreie Schreibweise!

$$\lim_{x\to 0-} f(x) = \lim_{x \to 0-} (1-x) = 1 = f(0)$$

$$\lim_{x\to 0+} f(x) = \lim_{x \to 0+} (x-1) = -1 \neq f(0)$$

$\implies f$ ist linksstetig in 0 (aber nicht stetig in 0!)
in allen anderen Punkten ist f stetig!

Skizze für f(x):



$$g(x) = \begin{cases} x+2 & \text{falls } x \leq 1 \\ \dfrac{2}{x+a} & \text{falls } x > 1 \end{cases}$$

Für Stetigkeit im Punkt 1 muß gelten

$$\lim_{x \to 1-} g(x) = \lim_{x \to 1+} g(x)$$

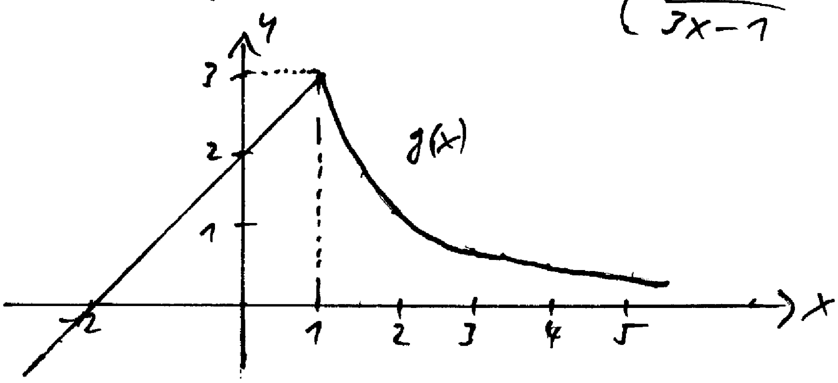
$$3 = \frac{2}{1+a}$$

$$\Longleftrightarrow 3(1+a) = 2 \quad \Longleftrightarrow 3 + 3a = 2$$

$$\Longleftrightarrow 3a = -1$$

$$\Longleftrightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$\Longrightarrow \quad g(x) = \begin{cases} x+2 & \text{falls } x \leq 1 \\ \dfrac{6}{3x-1} & \text{falls } x > 1 \end{cases}$$



somit ist für $a = -\frac{1}{3}$ die Funktion g(x) überall stetig!

Afg 3

Sei x die Bestellmenge in g (Gramm) und $R(x)$ der Rechnungsbetrag in €.

Ist $x < a \Rightarrow R(x) = 2x$.

Ist $x \geq a \Rightarrow R(x) = 2 \cdot 0{,}8x + 40 = 1{,}6x + 40$

Die Funktionsgleichung für $R(x)$ wird dann so geschrieben:

$$R(x) = \begin{cases} 2x & \text{für } x < a \\ 1{,}6x + 40 & \text{für } x \geq a \end{cases}$$

Für die Stetigkeit von $R(x)$ in a muss gelten:

$$\lim_{x \to a-} R(x) = \lim_{x \to a+} R(x)$$

$$2a = 1{,}6a + 40 \iff 0{,}4a = 40$$
$$\iff a = 100$$

Skizze für $R(x)$: